

## MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE DIGESTIÓN ANAEROBIA EN CONDICIONES DE CLIMA FRÍO UTILIZANDO BIODIGESTORES TUBULARES

**Mathematical modeling of the anaerobic digestion process under cold weather conditions  
using tubular digesters**

Juan José Sossa<sup>1</sup>, René Alvarez<sup>1</sup>

### RESUMEN

El propósito principal de esta investigación es modelar y simular matemáticamente el proceso de digestión anaerobia en condiciones de clima frío utilizando biodigestores tubulares, considerando la variación de la temperatura ambiental, el comportamiento hidrodinámico del biodigestor, el mecanismo de reacción, la estequiométría y la cinética de la digestión anaerobia. En el modelo matemático que se propone se ha tomado en cuenta el comportamiento térmico del biodigestor a través de la obtención de correlaciones matemáticas que relacionan el tiempo con la temperatura ambiental y la temperatura de la fase gaseosa del biodigestor, además se asume que la temperatura en la fase líquida se mantiene constante. Por otro lado, se considera que el comportamiento hidrodinámico del biodigestor está representado por cuatro reactores CSTR conectados en serie. Adicionalmente el modelo ADM1 ha sido aplicado para representar el mecanismo de reacción, la estequiometría y la cinética del proceso de digestión anaerobia. El modelo matemático fue calibrado y validado utilizando información experimental recopilada durante el período de trabajo. Como resultado se obtuvo un conjunto de parámetros cinéticos que podrán ser utilizados en posteriores aplicaciones de ADM1 en el caso de la digestión anaerobia de estiércol de vaca. Los resultados de la simulación presentan un grado aceptable de concordancia con los resultados experimentales y las diferencias se deben a variaciones en el comportamiento hidrodinámico del biodigestor.

**Palabras clave:** Digestión anaerobia, estiércol de vaca, biodigestor tubular, modelación matemática, ADM1.

### ABSTRACT

The main purpose of this research is to mathematically model and simulate mathematically the process of anaerobic digestion in cold weather conditions using tubular digesters, considering the variation of the air temperature, the hydrodynamic behavior of the digester, the reaction mechanism, stoichiometry and kinetics anaerobic digestion. In the proposed mathematical model the thermal behavior of the digester is taken into account through obtaining mathematical correlations relating time with air temperature and the temperature of the gaseous phase of the digester, in addition it is assumed that the temperature in the liquid phase remains constant. Furthermore, it is considered that the hydrodynamic behavior of the digester is represented by four CSTR reactors connected in series. Additionally the ADM1 model has been applied to represent the reaction mechanism, stoichiometry and kinetics of anaerobic digestion process. The mathematical model was calibrated and validated using experimental data collected during the work period. As a result, a set of kinetic parameters, was obtained as they could be used in subsequent applications of ADM1 for anaerobic digestion of cow manure. The simulation results show an acceptable degree of agreement with the experimental results and the differences are due to variations in the hydrodynamic behavior of the digester.

**Key words:** Anaerobic digestion, cow manure, tubular digester, mathematical modeling.

<sup>1</sup> Instituto de Investigación y Desarrollo de Procesos Químicos (IIDEPEROQ) UMSA, Campus Universitario Calle N° 30, zona de Cota Cota, La Paz, Bolivia. sljj91@gmail.com

## INTRODUCCIÓN

La digestión anaerobia es un proceso dependiente de la temperatura donde los fenómenos de transferencia de materia, energía y cantidad de movimiento se ven influenciados por las condiciones atmosféricas de su entorno y por la configuración del biodigestor en el cual se desarrolla. Es por ello que surge la motivación de estudiar y evaluar los efectos que tiene la temperatura sobre todo el proceso de digestión anaerobia. La modelación y simulación matemática de procesos es una disciplina creada para el desarrollo de un mejor nivel de entendimiento de las partes de un sistema y de todo el sistema como conjunto (Jana 2011). Por lo tanto el abordaje del problema de evaluación de los efectos de la temperatura sobre el proceso de digestión anaerobia se realizará a través de la modelación y simulación matemática.

En el campo de la modelación y simulación matemática de la digestión anaerobia de estiércol de vaca se han desarrollado modelos matemáticos enfocados en distintas partes del proceso. Algunos consideran el mecanismo de reacción, la estequiométría y la cinética, a una determinada temperatura constante (Hill & Barth, 1977; Hill D, 1982; Vavilin *et al.*, 1994; Angelidaki *et al.*, 1999). Existen otros que fueron desarrollados para predecir el comportamiento térmico del biodigestor (Axaopoulos *et al.*, 2001; Perrigault *et al.*, 2012) e incluso llegan a predecir la producción de biogás (Terradas-III *et al.*, 2014). Sin embargo aún persiste la necesidad de estudiar todo el proceso en su conjunto. De esta forma surge la intención de desarrollar un modelo matemático que considere los principales aspectos del proceso de digestión anaerobia en reactores tubulares instalados en

regiones de clima frío como ser el comportamiento hidrodinámico y térmico del biodigestor, además del mecanismo de reacción, la estequiometría y la cinética del proceso de digestión anaerobia.

Por este motivo el objetivo principal del presente trabajo de investigación es el de desarrollar un modelo matemático capaz de predecir el pH dentro del biodigestor, la reducción de materia orgánica, el flujo de biogás y su composición, considerando la variación de temperatura existente en zonas con climas predominantemente fríos. Como resultado se tendrá una herramienta eficiente para la evaluación de futuras instalaciones de digestores en diferentes zonas de clima predominantemente frío, utilizando la configuración de digestor que se utilizó en el presente trabajo.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Sistema experimental

El sistema experimental está constituido por un biodigestor tubular instalado a 1 m bajo el nivel del suelo, en una zanja excavada, dentro de un invernadero. Para evitar que el calor se disipe desde el biodigestor hacia el suelo, se aisló el biodigestor con poliestireno expandido (plastoformo), el cual se coloca en el perímetro de la zanja. El biodigestor fue diseñado siguiendo la metodología propuesta por Martí-Herrero & Cipriano (2012), el período de instalación del biodigestor y la construcción del invernadero tomó, aproximadamente, tres semanas. La Figura 1, muestra las dimensiones (en centímetros) del sistema experimental instalado y, en la Tabla 1 se presenta una descripción detallada de las características del biodigestor.

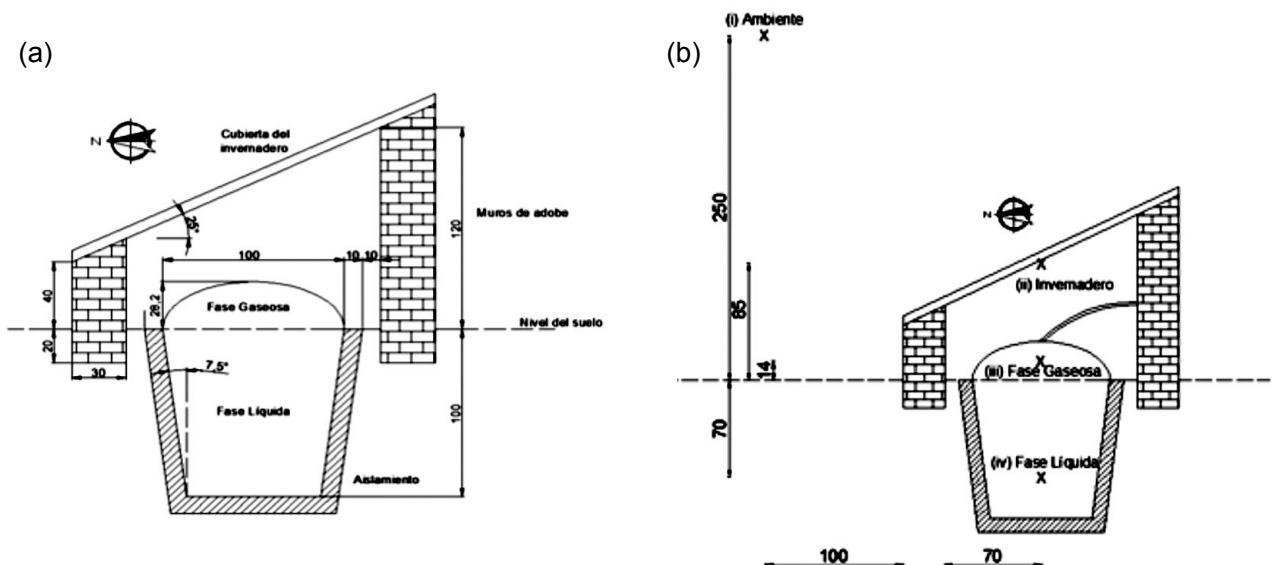


Figura 1. Sistema experimental. (a) Vista lateral del biodigestor tubular y (b) ubicación de los sensores de temperatura instalados dentro el sistema experimental

Tabla 1. Características del sistema experimental.

Ítem y Descripción	Detalle
Material del biodigestor	LDPE <sup>1</sup>
Diámetro de la circunferencia (m)	4
Longitud (m)	8
Volumen total (m <sup>3</sup> )	9
Volumen fase líquida (m <sup>3</sup> )	7,2
Volumen fase gaseosa (m <sup>3</sup> )	1,8
Espesor del material del biodigestor (mm)	0,5
Material de aislamiento	EPS <sup>2</sup>
Espesor del material de aislamiento (cm)	10
Modelo del techo del invernadero	Techo inclinado a un agua
Ángulo del techo	24°
Material de las paredes del invernadero	Adobe
Espesor de las paredes del invernadero (cm)	30
Material de la cubierta del invernadero	Agrofilm de 0,7 mm (doble capa)
Orientación longitudinal	E-W
Orientación del invernadero	N
Profundidad de la zanja (m)	1,1

<sup>1</sup>Polietileno de baja densidad

<sup>2</sup>Poliestireno expandido (plastoformo)

El período de experimentación duró 5 meses (mayo – septiembre de 2015), durante este tiempo el biodigestor fue alimentado con una mezcla de estiércol de vaca y agua, en una relación 1:3, y se trabajó con un tiempo de retención hidráulica (TRH) de 84 d. En este período se monitoreo el sistema, midiendo mensualmente la reducción de materia

orgánica en términos de DQO, el pH a la salida del biodigestor, el flujo de biogás, su concentración en metano y las temperaturas en distintos puntos del sistema experimental (Figura 1b): (i) ambiente, (ii) dentro el invernadero, (iii) en la fase gaseosa y (iv) en la fase líquida del biodigestor.

## Métodos analíticos

En los análisis de DQO y pH de las muestras tomadas mensualmente a la entrada y la salida del biodigestor se aplicaron los Standard Methods establecidos por la Asociación Americana de Salud Pública (American Public Health Association APHA, 2005). Para medir el flujo de biogás se utilizó un medidor de flujo de gas natural UGG 2,5 Metrix y la concentración de metano en el biogás fue monitoreada con un analizador de gases GA-21 Plus (MADUR) provisto de un sensor infrarrojo para la medición de metano. En el seguimiento del comportamiento térmico del biodigestor se utilizaron sensores de temperatura HOBO y PT-100, el intervalo de tiempo para el registro de cada dato de temperatura fue de 30 minutos.

## Planteamiento del modelo matemático

La tarea de modelación matemática del proceso

$$Z = \min \sum_{i=1}^N \left( T_{i(T)}(t) - T_i(t) \right)^2 \quad 1)$$

Siendo  $Z$ , la función objetivo,  $T_{i(T)}(t)$ , el valor de la temperatura ambiente para un tiempo  $(t)$  determinado por la función matemática ajustada;  $T_i(t)$ , la temperatura experimental para un tiempo  $(t)$  y  $N$ , el número total de mediciones experimentales.

## Mecanismo de reacción

El mecanismo de reacción utilizado para la representación del proceso de digestión anaerobia fue el propuesto por el ADM1 (Batstone *et al.*, 2002). La estequiométría propuesta en el ADM1 desde su publicación original en 2002 ha ido mejorando constantemente, es por ello que los coeficientes estequiométricos utilizados en el presente trabajo fueron tomados de Rosen & Jeppsson (2006). Así mismo, los parámetros cinéticos utilizados en la descripción de la cinética del proceso de digestión anaerobia, la caracterización del sustrato y las condiciones iniciales del biodigestor fueron

de digestión anaerobia en el reactor tubular fue realizada tomando en cuenta los principales aspectos del proceso: (a) el comportamiento térmico del sistema experimental, (b) el mecanismo de reacción, la estequiometría y la cinética del proceso de digestión anaerobia y (c) el comportamiento hidrodinámico del biodigestor.

## Comportamiento térmico del sistema experimental

Con la información recolectada se obtuvieron funciones matemáticas para establecer una relación entre la temperatura ambiente, el tiempo y la temperatura del invernadero y de las fases gaseosa y líquida del biodigestor, aplicando el método de ajuste de mínimos cuadrados, cuya función objetivo se muestra en la Ecuación 1:

tomados de Page *et al.*(2008) y Rosen & Jeppsson (2006), a su vez, estos sirvieron para estimar el valor de los parámetros a la temperatura de trabajo.

## Efecto de la temperatura sobre la cinética del proceso de digestión anaerobia

La temperatura tiene influencia sobre los procesos fisicoquímicos y bioquímicos dentro la digestión anaerobia, sin embargo existen diferentes expresiones matemáticas derivadas de un análisis termodinámico para expresar esta dependencia. Los procesos fisicoquímicos (equilibrio ácido-base y transferencia de materia líquido-gas) presentan una dependencia respecto a la temperatura de acuerdo a la ecuación de Van't Hoff (Batstone *et al.*, 2002):

$$K(T) = K_0 e^{\frac{\Delta H^0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad 2)$$

Aplicando la Ecuación (1) a los coeficientes cinéticos de los procesos fisicoquímicos se tiene:

$$K_a(T) = K_{a,0} e^{\frac{\Delta H^0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad 3)$$

$$K_H(T) = K_{H,0} e^{\frac{\Delta H^0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad 4)$$

Siendo  $K_a(T)$  (mol L<sup>-1</sup>), la constante de disociación ácido-base a una determinada temperatura  $T$  (K);  $K_{a,0}$  (mol L<sup>-1</sup>), la constante de disociación ácido-base a la temperatura de referencia  $T_0$  (K),  $\Delta H^0$ , el cambio de entalpía en condiciones estándar (J); R, la constante universal de los gases ideales (J mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>);  $K_H(T)$  (mol bar<sup>-1</sup>), la constante de Henry una determinada temperatura  $T$  (K) y  $K_{H,0}$  (mol bar<sup>-1</sup>), la

constante de Henry a la temperatura de referencia  $T_0$  (K).

Respecto a los procesos bioquímicos se tiene que la expresión cinética del proceso de crecimiento celular y de consumo de sustrato está representado por la ecuación de Monod:

$$\rho_j = k_{m,j} \frac{S_i X_i}{K_{s,j} + S_i} I_j \quad 5)$$

Siendo j, el subíndice que identifica a cada uno de los procesos de crecimiento celular y de consumo de sustrato;  $\rho_j$ , la velocidad de reacción (kg DQO m<sup>-3</sup> d<sup>-1</sup>)  $k_{m,j}$ , la velocidad máxima de crecimiento específica de los microorganismos (d<sup>-1</sup>);  $K_{s,j}$ , la constante de velocidad de crecimiento medio de

los microorganismos (kg DQO m<sup>-3</sup>);  $I_j$ , la función de inhibición de cada proceso.

Los coeficientes cinéticos de los procesos de reacción química presentan una dependencia respecto a la temperatura que se representa de acuerdo a la ecuación de Arrhenius:

$$k(T) = A e^{-\frac{E}{RT}} \quad 6)$$

Siendo  $k(T)$ , un coeficiente cinético que interviene en la velocidad de reacción de un proceso químico a una determinada temperatura  $T$  (K); A, el factor de frecuencia y E, la energía de activación. Sin embargo, el concepto de energía de activación en

sistemas microbiológicos no está claro. Por lo tanto la ecuación de Arrhenius debe ser reordenada para facilitar la comparación entre la velocidad de descomposición a dos temperaturas distintas (Characklis & Gujer, 1978; Tabatabaei *et al.*, 2011):

$$k(T) = k_{20} \theta^{(T-20)} \quad 7)$$

Siendo  $k(T)$ , el coeficiente cinético a una temperatura  $T$  (°C)  $k_{20}$ , el coeficiente a 20°C y  $\theta$ , el coeficiente de actividad-temperatura. La mayoría de los estudios realizados respecto a la influencia de la temperatura sobre los procesos biológicos tan solo reportan el efecto total sobre el proceso global y no así sobre cada uno de los procesos individuales desarrollados por

cada grupo de microorganismos. En el presente trabajo se utilizarán los coeficientes de actividad-temperatura tomados de Grady *et al.* (2011):  $\theta_{km} = 1.105$  y  $\theta_{ks} = 0.819$ , donde  $\theta_{km}$  y  $\theta_{ks}$  son los coeficientes de actividad-temperatura utilizados para representar el efecto de la temperatura sobre  $k_{m,j}$  y  $K_{s,j}$ , respectivamente. Finalmente, en el modelo matemático no se tomó en cuenta el

aporte energético de las reacciones bioquímicas involucradas en el proceso de digestión anaerobia puesto que se considera que la mayoría de la energía generada en el proceso de desintegración e hidrólisis es utilizada en la producción de acetato y posterior generación de metano, este hecho puede verse reflejado en el análisis termodinámico del proceso de digestión anaerobia desarrollado por Lübken *et al.*, (2007), dónde se demuestra que la energía remanente tiene un aporte muy bajo.

### Comportamiento hidrodinámico del biodigestor

El comportamiento hidrodinámico de un reactor

tubular puede ser representado a partir de la conexión en serie de varios reactores tanque con agitación continua ideales (CSTR) (Zaher *et al.*, 2006). En este trabajo se asume que el comportamiento hidrodinámico del biodigestor está representado por cuatro CSTR conectados en serie (Pageet *et al.*, 2008), de esta forma los balances básicos se realizaron de acuerdo a este comportamiento. Una representación esquemática del biodigestor se muestra en la Figura 2, dónde los flujos de los componentes particulados y solubles son transportados de una etapa a la otra y la sumatoria de los flujos de biogás se constituye en la producción total de biogás.

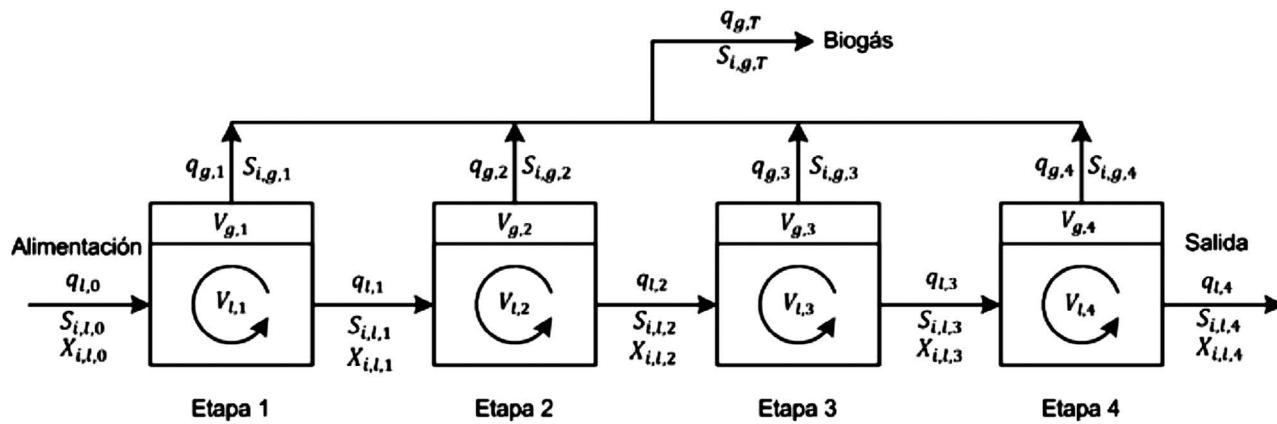


Figura 2. Esquema del biodigestor tubular representado por cuatro CSTR conectados en serie. Siendo  $q_{l,0}$  y  $q_{l,k}$  ( $k=1-4$ ) el flujo volumétrico de entrada y los flujos volumétricos de salida de líquido de cada etapa ( $m^3 d^{-1}$ );  $V_{l,k}$  y  $V_{g,k}$ , los volúmenes de las fases líquida y gaseosa de cada etapa ( $m^3$ );  $S_{i,l,k}$  y  $X_{i,l,k}$ , las concentraciones de los compuestos solubles y particulados en cada etapa ( $kg DQO m^{-3} d^{-1}$ );  $q_{g,k}$  y  $q_{g,T}$ , los flujos de biogás producidos en cada etapa y el flujo de biogás total generado ( $m^3 d^{-1}$ ).

### Estructura del modelo matemático

Finalmente, la estructura del modelo matemático se muestra en el diagrama de flujo de información de la Figura 3. El modelo matemático fue resuelto en el programa computacional de cálculo numérico MatLab.

### Calibración y validación del modelo matemático

Durante la calibración del modelo matemático se realizó un análisis de sensibilidad, para ello se utilizaron los datos experimentales recolectados durante el período mayo-julio y se calcularon las funciones de sensibilidad absoluta relativa (Jeppson, 1996):

$$\delta_{r,r} = \frac{\theta \partial x}{x \partial \theta} \quad 8)$$

Donde  $\delta_{r,r}$ , es el cambio relativo en una variable de salida  $x$  por un 100% en el cambio relativo del parámetro  $\theta$ . La variable de salida es la reducción

de materia orgánica y se utilizaron los parámetros cinéticos de los procesos bioquímicos de la digestión anaerobia. A continuación, se ajustaron

los resultados del modelo con los experimentales, modificando los parámetros cinéticos, utilizándose

como función objetivo la función de mínimos cuadrados (Donoso-Bravo *et al.*, 2011),

9)

$$J(\theta) = \min \sum_{t=1}^N (v_{exp}(t) - v_{sim}(t, \theta))^2$$

Siendo  $J$  la función objetivo,  $v_{exp}$  las mediciones experimentales de la variable seleccionada tomadas durante el período de experimentación,  $v_{sim}$  los valores de la variable de salida seleccionada obtenidos mediante el modelo,  $\theta$  el valor de los parámetros que deben ser determinados y  $N$  el

número de mediciones. Para evaluar la precisión y aplicabilidad de los parámetros calibrados, en la validación del modelo matemático se compararon los resultados simulados y los datos experimentales correspondientes al período experimental agosto-septiembre.

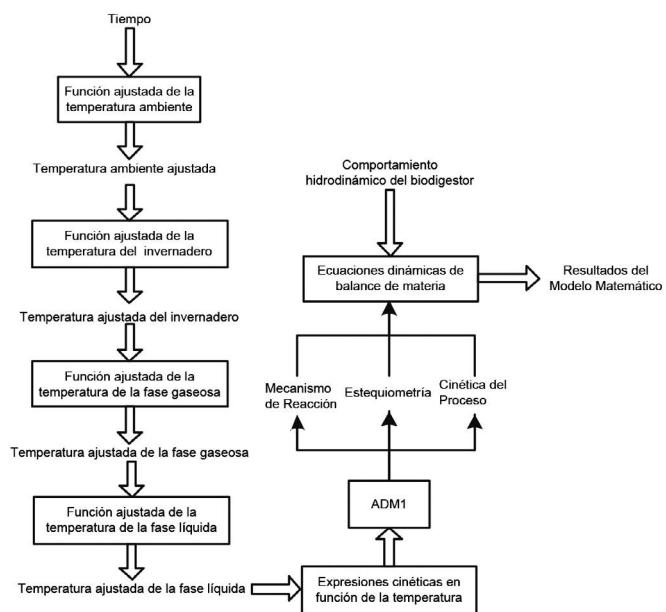


Figura 3. Flujo de información dentro del modelo matemático.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Comportamiento térmico del biodigestor

Debido a que existe un comportamiento oscilante en las temperaturas del ambiente, el invernadero y la fase gaseosa del biodigestor, fue necesario ajustar los datos de la temperatura ambiente de cada mes a una función sinusoidal. Por otro lado la temperatura ambiente fue correlacionada con la temperatura del invernadero del biodigestor a través de una función exponencial, que fue la

que mejor ajuste ofrecía. La temperatura de la fase gaseosa del biodigestor fue relacionada con la temperatura del invernadero a través de una función lineal, finalmente la temperatura de la fase líquida y de la fase gaseosa se encuentra relacionada a través de otra función lineal. La Figura 4 muestra un ejemplo del grado de ajuste entre las correlaciones matemáticas obtenidas y los datos experimentales de temperatura para el mes de junio. La Tabla 2 presenta los coeficientes hallados para las funciones de ajuste de temperatura y los coeficientes de correlación.

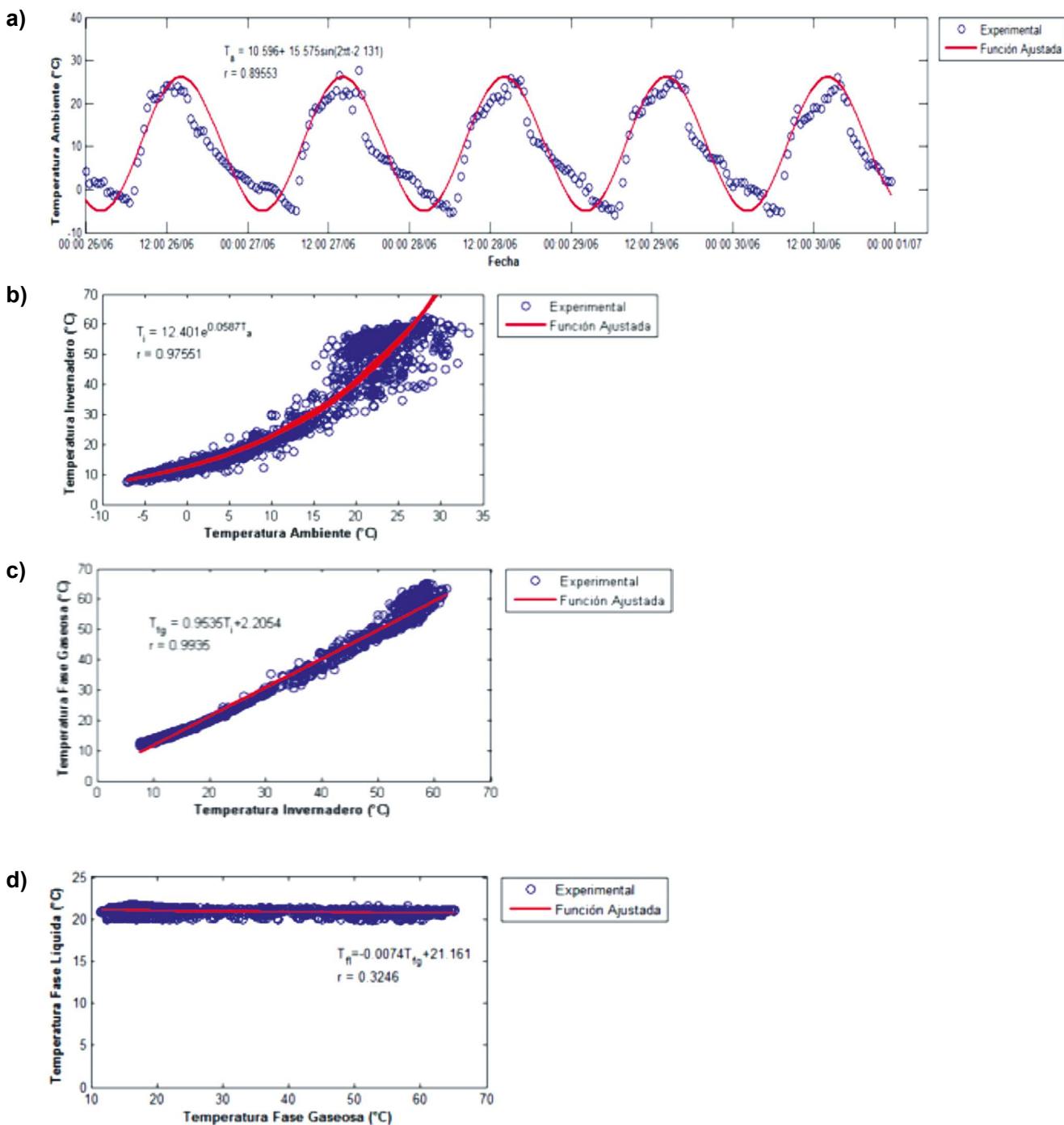


Figura 4. Funciones ajustadas del mes de junio para las temperaturas en diferentes puntos del biodigestor tubular con techo de agrofilm: (a) temperatura ambiente (b) temperatura del invernadero, (c) temperatura de la fase gaseosa y (d) temperatura de la fase líquida.

Tabla 2. Funciones de ajuste de temperatura y coeficientes de correlación calculados para cada mes en distintos puntos del biodigestor

Mes	$T_a = C + A \sin(2\pi t + B)$				$T_i = Ke^{aT_a}$			$T_{fg} = m_{fg} T_i + b_{fg}$			$T_{fl} = m_{fl} T_{fg} + b_{fl}$		
	A	C	B	r	K	a	r	$m_{fg}$	$b_{fg}$	r	$m_{fl}$	$b_{fl}$	r
Mayo	12,01	9,70	-2,09	0,850	11,452	0,070	0,971	0,97	2,00	0,991	-0,010	20,87	0,137
Junio	15,58	10,60	-2,13	0,896	12,401	0,059	0,976	0,95	2,21	0,994	-0,007	21,16	0,325
Julio	13,01	8,09	-2,22	0,877	11,149	0,075	0,961	0,94	2,58	0,992	0,002	17,94	0,042
Agosto	11,57	9,37	-2,22	0,843	11,092	0,076	0,957	0,97	2,34	0,991	0,004	19,56	0,062
Septiembre	12,00	11,00	-2,10	0,750	10,644	0,077	0,935	0,97	2,39	0,985	-0,005	22,61	0,073
Promedio	12,83	9,75	-2,15		11,348	0,071		0,96	2,30		-0,003	20,43	

De acuerdo a la Tabla 2, se tiene que  $T_a$  es la temperatura ambiental ( $^{\circ}\text{C}$ );  $T_i$ , la temperatura del invernadero ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{fg}$ , de la fase gaseosa del biodigestor;  $T_{fl}$ , la temperatura de la fase líquida del biodigestor y  $t$ , el tiempo (d). Para el modelo matemático se utilizaron las constantes promedio calculadas mensualmente para las funciones de ajuste de  $t$  vs.  $T_a$ ,  $T_a$  vs.  $T_i$  y  $T_i$  vs.  $T_{fg}$  ya que existe un aceptable grado de concordancia entre las correlaciones matemáticas ajustadas y los datos experimentales. Por otro lado, como se puede observar en la Figura 4d y la Tabla 2, no existe correlación alguna entre la temperatura de la fase líquida y de la fase gaseosa, puesto que el coeficiente de correlación es muy bajo, por lo tanto en el modelo matemático se utilizó la temperatura

promedio de la fase líquida para todo el período de experimentación ( $20^{\circ}\text{C}$ ).

### Calibración del modelo matemático

La primera tarea en el proceso de calibración del modelo matemático consiste en realizar un análisis de sensibilidad y como resultado se obtienen los parámetros más sensibles del proceso (Tabla 3). La estimación de parámetros se realizó con el objetivo de conseguir un mejor ajuste entre los resultados experimentales y los del modelo matemático, modificando los parámetros más sensibles del proceso. Para este propósito se utilizaron los datos experimentales de reducción de materia orgánica en términos de DQO, pertenecientes al período experimental comprendido entre mayo y julio.

Tabla 3. Parámetros más sensibles del proceso estimados durante la calibración del modelo.

Parámetro	Descripción	Unidades	Valor Inicial	Valor	Estimado
$K_{(S,c4)20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de valerato y butirato	$\text{kg DQO m}^{-3}$	3,997	2,815	
$K_{(S,ac)20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de acetato	$\text{kg DQO m}^{-3}$	0,999	0,907	
$K_{(S,h2)20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de hidrógeno	$\text{kg DQO m}^{-3}$	0,000140	0,000055	

Los parámetros más sensibles son las constantes de velocidad mitad a  $20^{\circ}\text{C}$  para los microorganismos consumidores de valerato y butirato, acetato e hidrógeno. Esto indica que la etapa crítica del mecanismo de reacción es el consumo de los ácidos grasos volátiles e hidrógeno para la producción de metano, (Tabla 3) este hecho también ha sido reportado por Page *et al.* (2008).

Para Parker (2005) los valores menores de  $K_{S,ac}$  ofrecen resultados más apropiados. Finalmente, el conjunto de parámetros cinéticos, dependientes de la temperatura, que deben aplicarse para la modelación y simulación matemática del proceso de digestión anaerobia de estiércol de vaca en digestores tubulares se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Coeficientes cinéticos que deben ser utilizados en la aplicación del ADM1  
para la modelación y simulación de la digestión de estiércol de vaca.

Parámetro	Descripción	Unidad	Valor	Fuente
$Km,su_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de monosacáridos a 20°C	$d^{-1}$	6,709	1
$Km,aa_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de aminoácidos a 20°C	$d^{-1}$	11,182	1
$Km,fa_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de ácidos grasos de cadena larga a 20°C	$d^{-1}$	1,342	1
$Km,c4_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de butirato y valerato a 20°C	$d^{-1}$	4,473	1
$Km,pro_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de propionato a 20°C	$d^{-1}$	2,907	1
$Km,ac_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de acetato a 20°C	$d^{-1}$	3,355	2
$Km,h2_{20}$	Constante de velocidad máxima de crecimiento específico de los microorganismos consumidores de hidrógeno a 20°C	$d^{-1}$	7,828	1
$Kdec,X_{ac}$	Contante de muerte celular de los microorganismos consumidores de acetato	$d^{-1}$	0,040	2
$Ks,su_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de monosacáridos a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	9,993	1
$Ks,aa_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de aminoácidos a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	5,996	1
$Ks,fa_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de ácidos grasos de cadena larga a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	7,995	1
$Ks,c4_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de butirato y valerato a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	2,815	3
$Ks,pro_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de propionato a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	1,999	1
$Ks,ac_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de acetato a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	0,907	3
$Ks,h2_{20}$	Constante de velocidad mitad de los microorganismos consumidores de hidrógeno a 20°C	$kg DQO m^{-3}$	0,000055	3

1. Calculado en base los valores reportados en Rosen & Jeppsson (2006)

2. Calculado en base los valores reportados en Page et al, (2008)

3. Estimados a partir de la calibración del modelo matemático

## Validación del modelo matemático

El modelo matemático fue validado a partir de la comparación de los resultados obtenidos a través del modelo y los resultados experimentales. La Figura 5, presenta los resultados para: (a) pH a la salida del biodigestor; (b) reducción de materia orgánica (M.O.) en términos de reducción de DQO; (c) Flujo promedio mensual de biogás; (d) Composición promedio mensual del biogás. Respecto al comportamiento del pH a la salida del biodigestor se puede observar una buena correlación de los resultados del modelo respecto

a los datos experimentales. Las predicciones del modelo sobre la reducción de materia orgánica en términos de reducción de DQO en el biodigestor para los meses de mayo a junio, no muestran un buen ajuste, esto puede haber sido ocasionado porque el comportamiento hidrodinámico del biodigestor no obedecía exactamente al de 4 CSTR conectados en serie, este hecho puede deberse a la formación de zonas muertas o corto circuitos que incrementan o disminuyen el tiempo de retención hidráulica dentro el biodigestor, disminuyendo e incrementando, respectivamente, la reducción de DQO. Sin embargo para el

período agosto-septiembre las predicciones del modelo se ajustan más a los datos experimentales debido a que las predicciones ingresan dentro el rango del error de las mediciones. Respecto a las predicciones del flujo promedio de biogás producido en el biodigestor, se observa que existe una directa relación con la temperatura ambiente, en los meses de menor temperatura se registraron menores flujos de producción de biogás, y en los meses de mayor temperatura, la producción de biogás se incrementa de forma directamente proporcional, además se puede observar que en los meses donde hubo una mayor reducción de materia orgánica se producieron menores volúmenes de biogás. Los resultados predecidos por el modelo no presentan un buen ajuste

con los resultados experimentales y estimados obtenidos en el período mayo-septiembre, siendo mayores los resultados del modelo. Los flujos de biogás estimados, fueron calculados en base a la reducción de materia orgánica, considerando que el 10% de la DQO es materia orgánica inerte. Este problema pudo también haber sido originado por las diferencias del comportamiento hidrodinámico del biodigestor, siendo que a mayor tiempo de retención hidráulica, al menos por encima de los 25 d, se tiene una menor producción específica de biogás. La concentración de metano en el biogás presenta una buen grado de concordancia existiendo una diferencia máxima de 8% entre los resultados del modelo y los experimentales para el mes de mayo y de 5% para el mes de julio, el resto de los meses el ajuste es aceptable.

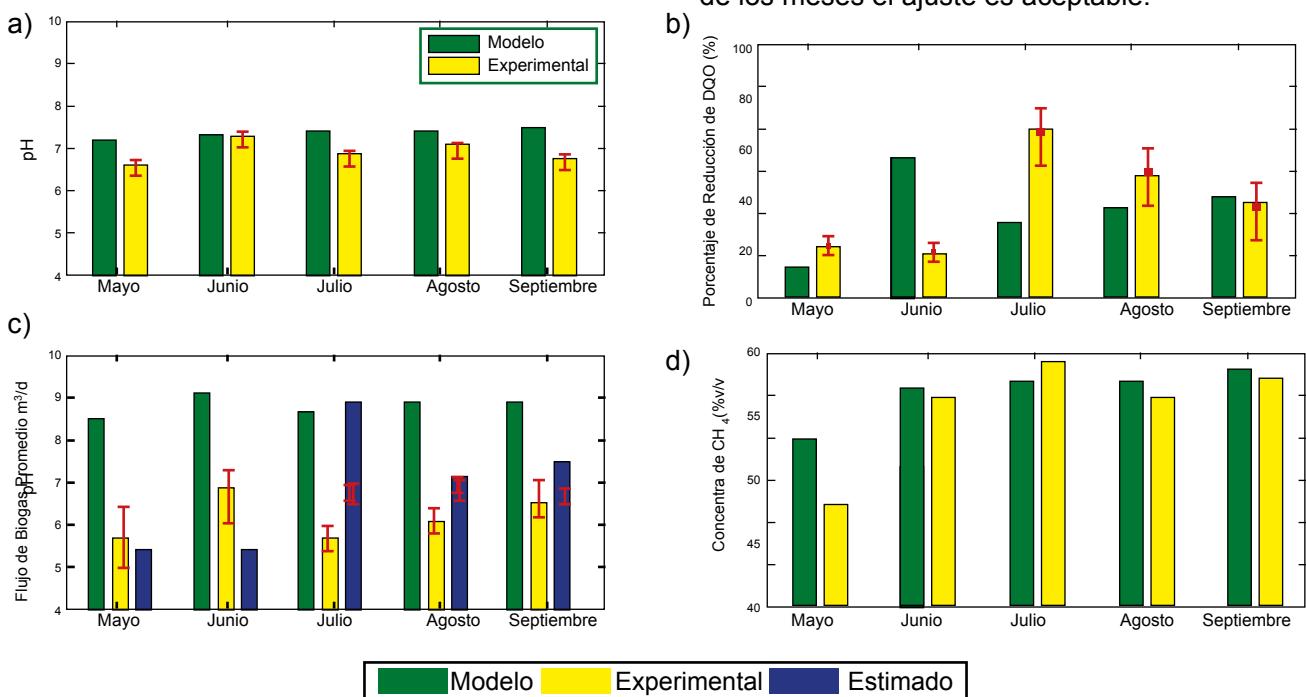


Figura 5. Comparación entre los resultados del modelo y los resultados experimentales y estimados para pH a la salida del biodigestor, reducción de materia orgánica, flujo de biogás promedio mensual, concentración de CH<sub>4</sub>.

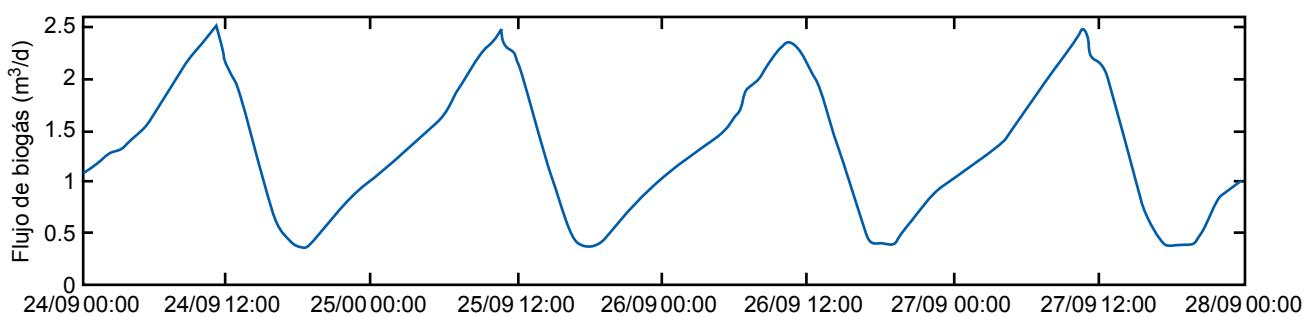


Figura 6. Variación en la producción de biogás a lo largo del tiempo.

En la Figura 6, se puede observar que el comportamiento del flujo de biogás a través del tiempo es oscilante y está directamente relacionado con la temperatura. El mayor flujo de biogás se da cuando la temperatura de la fase gaseosa del biodigestor alcanza su valor máximo. Esto demuestra que la producción de biogás no es constante durante todo el día.

## CONCLUSIONES

Se realizó la modelación y simulación matemática del proceso de digestión anaerobia en un biodigestor tubular instalado en una región de clima predominantemente frío. Se ha desarrollado un modelo matemático que considera el comportamiento térmico e hidrodinámico del biodigestor. Además gracias a la implementación del ADM1, el mecanismo de reacción, la estequiometría y la cinética de la digestión anaerobia fueron incluidas. El modelo matemático fue calibrado utilizando resultados experimentales

y fruto de ello se obtuvieron un conjunto de parámetros cinéticos bioquímicos que servirán para la posterior aplicación del ADM1 en el diseño de biodigestores que utilicen como sustrato estiércol de vaca. Finalmente, las simulaciones presentan un grado aceptable de concordancia respecto a las mediciones experimentales y las diferencias existentes se deben a una variabilidad en el comportamiento hidrodinámico del biodigestor.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece la colaboración de la Fundación HIVOS que financió la investigación, al equipo técnico de HIVOS que se encargó de la construcción y monitoreo de la temperatura del sistema experimental. A su vez, también se agradece la colaboración del personal del IIAREN, y la Estación Experimental Choquenaira por realizar el mantenimiento y operación del biodigestor bajo estudio.

## BIBLIOGRAFÍA

APHA; AWWA and WEF. 2005. Standard Methods for the examination of water & wastewater. Washington, DC, U.S.A.: APHA.

Angelidaki, I, L. Ellegaard and B. K. Ahring. 1999. A comprehensive model of anaerobic bioconversion of complex substrates to biogas. *Biotechnology and bioengineering*. Vol. 63 (3): 363-372.

Axaopoulos, P., P. Panagakis, A. Tsavdaris and D. Georgakakis. 2001. Simulation and experimental performance of a solar-heated anaerobic digester.. *Solar Energy*. Vol. 70 (2): 155-164.

Batstone, D. J., Keller, J., Angelidaki, I., Kalyuzhnyi, S. V., Pavlostathis, S. G., Rozzi, A., Sanders, W. T. M., Siegrist, H. and V. A. Vavilin. 2002. The IWA Anaerobic Digestion Model No 1 (ADM 1). London, UK: IWA publishing

Characklis, W. G. and W. Gujer. 1978. Temperature dependency of microbial reactions (Eds. Jenkins, S.H.) *Kinetics of Wastewater Treatment: Proceedings of a Post-Conference Seminar Held at*

the Technical University of Denmark, Copenhagen. Technical University of Denmark. Copenhagen, Denmark. pp. 111-130

Donoso-Bravo, A., J. Mailier, C. Mailier, J. Rodríguez, C. A. Aceves-Lara & Wouwe, A. V. 2011. Model selection, identification and validation in anaerobic digestion: A review. *Water Research*. Vol. 45(1): 5347-5364.

Grady, C. P. L., G. T. Daigger, N. G. Love and C.D.M. Filipe. 2011. *Biological Wastewater Treatment*. Florida, USA: CRC Press

Hill, D. T. and C. L. Barth. 1977. A dynamic model for simulation of animal waste digestion. *Journal (Water Pollution Control Federation)*. Vol. 49 (10): 2129-2143.

Hill, D.T. 1982. A comprehensive dynamic model for animal waste methanogenesis..*Transactions of the ASAF (American Society of Agricultural Engineers)*. Vol. 25 (): 1374-1380.

Jana, A. K. 2011. *Chemical Process Modelling and Computer Simulation*. Delhi: PHI Learning Private Limited

- Jeppson, U. 1996. Modelling Aspects of Wastewater Treatment Processes. Doctoral Dissertation. Lund, Sweden: Lund University.
- Lübken, M., M. Wichern, M. Schlattmann, A. Gronauer and H. Horn. 2007. Modelling the energy balance of an anaerobic digester fed with cattle manure and renewable energy crops. *Water research*. Vol. 41 (18): 4085-4096.
- Martí-Herrero, J. and J. Cipriano. 2012. Design methodology for low cost tubular digesters. *Bioresource Technology*. Vol. 108 (): 21-27.
- Page, D. I., K. L. Hickey, R. Naruta, A. L. Main and S. J. Grimberg. 2008. Modeling anaerobic digestion of dairy manure using the IWA Anerobic Digestion Model No. 1 (ADM1). *Water Science & Technology*. Vol. 58 (3): 689-695.
- Parker, W. J. 2005. Application of the ADM1 model to advanced anaerobic digestion. *Bioresource Technology*. Vol. 96 (1): 1832-1842.
- Perrigault, T., V., Martí-Herrero, J. Weatherford and D. Poggio. 2012. Towards thermal design optimization of tubular digesters in cold climates: A heat transfer model. *Bioresource technology*. Vol. 124 (): 259-268.
- Rosen, C. and U. Jeppsson. 2006. Aspects on ADM1 Implementation within BSM2 Framework. Lund, Sweden: Lund University
- Tabatabaei, M., A. Sulaiman, A. M. Nikbakht, G. Najafpour and N. Yusof. 2011. Influential parameters on biomethane generation in anaerobic wastewater treatment plants (Eds. Manzanera, M.) Alternative Fuel. INTECH Open Access Publisher. Rijeka, Croatia. pp. 227-262
- Terradas-III, G., C. H. Pham, J. M. Triolo, J. Martí-Herrero and S. G. Sommer. 2014. Thermic model to predict biogas production in unheated fixed-dome digesters buried in the ground. *Environmental science & technology*. Vol. 48 (6): 3253-2362.
- Vavilin, V. A., V. B. Vasiliev, A. V. Ponomarev and S. V. Rytow. 1994. Simulation model 'methane' as a tool for effective biogas production during anaerobic conversion of complex organic matter. *Bioresource technology*. Vol. 48 (1): 1-8.
- Zaher, U. and S. Chen. 2006. Interfacing the IWA Anaerobic Digestion Model No. 1 (ADM1) With Manure and Solid Waste Characteristics. *Proceedings of the Water Environment Federation*. Vol. 2006 (9): 3162-3175.

Artículo recibido en: 7 de diciembre 2015

Manejado por: Comité Editorial

Aceptado en: 11 de marzo de 2016